INS Pere Vives i Vich
Departament de matemàtiques

Dossier d'exercicis

Tema 1: Combinatòria

4^{rt} ESO

Curs 2026-2027

Nom i Cognoms: _____

Índex

1 Diagrames d'arbre **4**
Exercici: 1 Formació de nombres 4
Exercici: 2 Dau i moneda 4
Exercici: 3 Menús d'un restaurant 4
Exercici: 4 Llançament de monedes 4

2 Variacions amb repetició **5**
Exercici: 5 Paraules de tres lletres 5
Exercici: 6 Cadenat de rodetes 5
Exercici: 7 Matrícules de cotxes 5

3 Variacions sense repetició **5**
Exercici: 8 Podi d'atletisme 5
Exercici: 9 Equip d'handbol 5

4 Permutacions **5**
Exercici: 10 Càlcul de permutacions 5
Exercici: 11 Ordenació de llibres 6
Exercici: 12 Baralla espanyola 6

5 Combinacions **6**
Exercici: 13 Càlcul de combinacions 6
Exercici: 14 Tria d'alumnes 6
Exercici: 15 Càlcul directe de combinatoris 6
Exercici: 16 Propietats dels nombres combinatoris 6



Exercici: 17 Geometria i punts 6
Exercici: 18 Joc de rol 7

6 Problemes i exercicis variats **7**
Exercici: 19 Cadenat de combinació 7
Exercici: 20 L'ordre d'un àlbum musical 7
Exercici: 21 Disseny de banderes 7
Exercici: 22 Codi binari i ASCII 8
Exercici: 23 Fer la maleta 8
Exercici: 24 Sistema Braille 8
Exercici: 25 Test de qualitat 8
Exercici: 26 Simplificació de factorials 8
Exercici: 27 Anagrames 8
Exercici: 28 Formació de nombres amb restriccions 9
Exercici: 29 Cursa de relleus 9
Exercici: 30 Alineacions de bàsquet 9
Exercici: 31 Combinacions de gelats 10
Exercici: 32 Ordenació d'un equip 10
Exercici: 33 Pany electrònic 10
Exercici: 34 Nombre d'atletes 10
Exercici: 35 Cerca de nombres combinatoris 10
Exercici: 36 Equació amb variacions 10
Exercici: 37 Asseure's en cadires 10
Exercici: 38 Passatgers a l'autobús 10
Exercici: 39 Peons als escacs 11
Exercici: 40 Paraules amb vocals i consonants 11
Exercici: 41 Sobres i cartes 11
Exercici: 42 Plans a l'espai 11
Exercici: 43 Rutes entre ciutats 11
Exercici: 44 Ordenació amb elements seguits 11
Exercici: 45 Interpretació de propietats 11
Exercici: 46 Tria de novel·les 12
Exercici: 47 Desenvolupament d'un binomi 12
Exercici: 48 Persones en un banc 12
Exercici: 49 Sorteig i distribució d'alumnes 12
Exercici: 50 Cadenat de bicicleta 13
Exercici: 51 Paraules amb vocals i consonants II 13
Exercici: 52 Triangles en un dodecàgon 13



Exercici: 53 Rutes entre ciutats II 13
Exercici: 54 Examen tipus test 13
Exercici: 55 Repartiment de boles 13

7 Solucions **14**
Solució: Exercici 1 14
Solució: Exercici 2 14
Solució: Exercici 3 14
Solució: Exercici 4 14
Solució: Exercici 5 14
Solució: Exercici 6 14
Solució: Exercici 7 14
Solució: Exercici 8 14
Solució: Exercici 9 14
Solució: Exercici 10 14
Solució: Exercici 11 14
Solució: Exercici 12 14
Solució: Exercici 13 14
Solució: Exercici 14 14
Solució: Exercici 15 14
Solució: Exercici 16 15
Solució: Exercici 17 15
Solució: Exercici 18 15
Solució: Exercici 19 15
Solució: Exercici 20 15
Solució: Exercici 21 15
Solució: Exercici 22 15
Solució: Exercici 23 15
Solució: Exercici 24 15
Solució: Exercici 25 15
Solució: Exercici 26 15
Solució: Exercici 27 15
Solució: Exercici 28 15
Solució: Exercici 29 16
Solució: Exercici 30 16
Solució: Exercici 31 16
Solució: Exercici 32 16
Solució: Exercici 33 16

Solució: Exercici 34 . . . 16
Solució: Exercici 35 . . . 16
Solució: Exercici 36 . . . 16
Solució: Exercici 37 . . . 16
Solució: Exercici 38 . . . 16
Solució: Exercici 39 . . . 16
Solució: Exercici 40 . . . 16
Solució: Exercici 41 . . . 16
Solució: Exercici 42 . . . 17
Solució: Exercici 43 . . . 17
Solució: Exercici 44 . . . 17
Solució: Exercici 45 . . . 17
Solució: Exercici 46 . . . 17
Solució: Exercici 47 . . . 17
Solució: Exercici 48 . . . 17
Solució: Exercici 49 . . . 17
Solució: Exercici 50 . . . 17
Solució: Exercici 51 . . . 17
Solució: Exercici 52 . . . 17
Solució: Exercici 53 . . . 17
Solució: Exercici 54 . . . 17
Solució: Exercici 55 . . . 17

1 Diagrames d'arbre

Exercici 1: Formació de nombres

Quants nombres podem fer de dos i tres xifres amb els nombres 1, 2 i 3?

a) Nombres de dues xifres.

b) Nombres de tres xifres.

Exercici 2: Dau i moneda

Llancem un dau i una moneda. Quants resultats possibles diferents existeixen?

Exercici 3: Menús d'un restaurant

En un menú d'un restaurant tenim disponibles 3 primers plats, dos segons i quatre postres. Quants menús diferents es poden demanar?

Exercici 4: Llançament de monedes

Quants resultats possible hi ha si llancem quatre monedes?

2 Variacions amb repetició

Exercici 5: Paraules de tres lletres

Disposem de quatre lletres a,b,c, i d. Quantes paraules de tres lletres podem formar?

Exercici 6: Cadenat de rodetes

Tenim un cadenat de 4 rodetes. Si sabem que les dues primeres xifres són 0 i 7, quantes combinacions haurem de provar per obrir-lo?

Exercici 7: Matrícules de cotxes

El sistema actual de matrícules de cotxes a l'estat identifica cada matrícula amb un nombre de 4 xifres seguit de tres consonants de l'alfabet, amb l'excepció de la lletra Q.

a) Quantes matrícules diferents es poden fer amb aquest sistema?

b) Quantes matrícules poden contenir les lletres LBC en aquest ordre?

c) Quantes matrícules poden contenir exactament una lletra L?

d) Quantes matrícules poden contenir exactament dues lletres L?

e) Quantes matrícules poden contenir exactament tres lletres L?

f) Quantes matrícules poden contenir alguna lletra L?

3 Variacions sense repetició

Exercici 8: Podi d'atletisme

En una competició hi corren 8 atletes. Hi haurà medalla d'or pel primer, de plata pel segon i bronze pel tercer. Quants podis diferents es poden establir?

Exercici 9: Equip d'handbol

Un equip d'handbol format per 9 jugadors s'ha de repartir la numeració de les samarretes. Hi ha disponibles els números de 1 al 20 i el porter ha de portar el número 1. De quantes maneres diferents es poden repartir els números de les samarretes?

4 Permutacions

Exercici 10: Càlcul de permutacions

Calcula:

a) P_6 *b)* P_7 *c)* P_5 *d)* P_8

Exercici 11: Ordenació de llibres

De quantes maneres diferents podem col·locar 10 llibres en un prestatge?

Exercici 12: Baralla espanyola

De quantes maneres diferents pot quedar ordenada una baralla espanyola de 48 cartes?

5 Combinacions

Exercici 13: Càlcul de combinacions

Calcula:

a) C_5^3 *b)* C_6^2 *c)* C_9^4 *d)* C_{10}^3

Exercici 14: Tria d'alumnes

D'una classe de 30 alumnes en volem triar 5. De quantes maneres diferents ho podem fer?

Exercici 15: Càlcul directe de combinatoris

Calcula:

a) $\binom{75}{0}$ *b)* $\binom{12}{10}$ *c)* $\binom{8}{7}$ *d)* $\binom{15}{5}$

Exercici 16: Propietats dels nombres combinatoris

Comprova les següents igualtats:

a) $\binom{7}{7} = \binom{7}{0}$

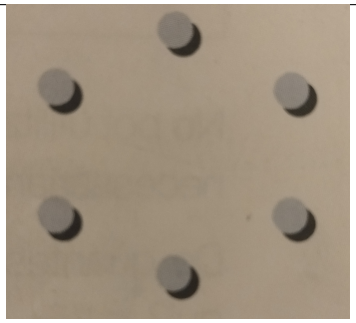
b) $\binom{4}{3} = \binom{4}{1}$

c) $\binom{8}{3} = \binom{8}{5}$

d) $\binom{6}{3} = \binom{5}{2} + \binom{5}{3}$

Exercici 17: Geometria i punts

Unint els punts, quants segments diferents pots dibuixar? I quadrilàters?



Exercici 18: Joc de rol

Deu amics juguen a un joc de rol. Tres faran de llops i els altres de vilatans.

a) De quantes maneres diferents es poden assignar els rols?

b) Si ja saps que tu ets un vilatà, de quantes maneres es pot fer el repartiment de rols dels altres jugadors?

c) I si ja saps que faràs el rol de llop, de quantes maneres diferents es podran repartir els rols dels altres jugadors?

d) A més dels tres llops introduïm ara dos rols més: dos enamorats i una bruixa, la resta seran vilatans. De quantes maneres es poden repartir tots els rols?

6 Problemes i exercicis variats

Exercici 19: Cadenat de combinació

Tenim un cadenat de combinació amb cinc rodetes. Quants codis diferents podem configurar si cada rodeta conté números del 0 al 9?

Exercici 20: L'ordre d'un àlbum musical

Un grup musical ha compost 11 cançons per elaborar un àlbum.

a) De quantes maneres pot ordenar-les?

b) En un concert vol presentar 4 d'aquestes. De quantes maneres pot triar-les? L'ordre és important.

Exercici 21: Disseny de banderes

Calcula quantes banderes de tres bandes horitzontals poden fer-se amb els colors verd, negre, vermell, groc i blau en els següents casos:

a) És possible repetir colors en franges exteriors.

b) Les tres franges han de ser d'un color diferent.

Exercici 22: Codi binari i ASCII

El codi binari és un sistema de codificació el qual utilitza només 0 i 1. Cada un d'aquests s'anomena bit i 8 bits fan un Byte. El codi ASCII utilitza el codi binari per assignar un símbol, lletra o nombre a cada grup de 7 bits:

a) Quants símbols, lletres o nombres diferents es poden representar amb el codi ASCII?

b) I si s'ampliés a 1 Byte?

c) Observa que A = 1000001; B = 1000010; ... Com creus que es representa la lletra E?

Exercici 23: Fer la maleta

Estàs fent la maleta per marxar de vacances. A l'armari hi tens 20 samarretes, però només te'n vols endur 5. Quants grups de 5 samarretes diferents pots fer?

Exercici 24: Sistema Braille

El Braille és un sistema de lectura i escriptura tàctil pensat per a persones cegues. Va ser inventat pel francès Louis Braille l'any 1824, quan només tenia 15 anys. El sistema està format per una combinació de fins a sis punts disposats en un caixetí de tres files i dues columnes. Cada punt té dos estats: amb relleu o sense relleu. Quantes lletres, símbols i/o nombres es poden representar amb Braille?

Exercici 25: Test de qualitat

Han sortit 10 cotxes d'una cadena de muntatge. Se'n trien 4 per a un test de qualitat. Quantes mostres diferents de 4 vehicles es poden triar?

Exercici 26: Simplificació de factorials

Simplifica i calcula:

a) $\dfrac{10!}{8!} =$

b) $\dfrac{11!}{8!} =$

c) $\dfrac{4!}{5!} =$

d) $\dfrac{6!}{3! \cdot 3!} =$

e) $\dfrac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} =$

f) $\dfrac{20!}{17!} : 19 =$

Exercici 27: Anagrames

Quantes paraules de 5 lletres es poden formar amb la paraula problema?

a) Si no és possible repetir-ne cap?

b) Si és possible repetir lletres.

Exercici 28: Formació de nombres amb restriccions

Disposem d'aquestes xifres: 2, 4, 5, 6, 8, 9.

a) Quants nombres de quatre xifres, sense repetir-ne cap, podem fer?

b) Quants són més grans de 6.000?

c) Quants són parells?

d) Quants acaben en 89?

Exercici 29: Cursa de relleus

Set amics s'apunten a una cursa de relleus. L'organització demana que s'inscriguin cinc corredors i dues persones de suport.

a) De quantes maneres diferents podran formar l'equip de corredors?

b) De quantes maneres podran formar la parella de suport?

c) Quina propietat dels nombres combinatoris relaciona un resultat i l'altre?

Exercici 30: Alineacions de bàsquet

L'entrenador d'un equip de bàsquet de 8 jugadors ha de treure 5 jugadors a la pista i deixar-ne 3 a la banqueta.

a) Expressa amb un nombre combinatori el nombre d'alineacions possibles de sortida. Quantes són?

b) Expressa amb un nombre combinatori el nombre de combinacions de suplents possible. Quantes són? Obten el mateix resultat que a l'apartat a)? Per què?

c) Expressa en forma de nombre combinatori el nombre de formacions de 5 jugadors en què hi juga el capità. Quantes són?

d) Expressa en forma de nombre combinatori el nombre de formacions de 5 jugadors en què no hi juga el capità. Quantes són?

e) Si sumes els resultats dels apartats c) i d), obtens el de l'apartat a)? Per què?

Exercici 31: Combinacions de gelats

Quants gelats de tres boles podem formar si només es diferencien a nivell de sabors (assumint n sabors disponibles)?

a) 1 gelat sense galeta.

b) 1 gelat amb galeta.

c) Només amb la galeta.

Exercici 32: Ordenació d'un equip

Els components d'un equip es poden ordenar de 40 320 maneres diferents. Si marxa un membre de l'equip, de quantes maneres es podran ordenar els que queden?

Exercici 33: Pany electrònic

Es vol que un pany electrònic, que funcionarà amb una clau formada per xifres entre 0 i 9, pugui tenir 1.000.000 de claus diferents. Quantes xifres ha de tenir la clau d'aquest pany?

Exercici 34: Nombre d'atletes

En una competició, la Carme calcula que els corredors poden quedar classificats de 5.040 maneres diferents. Quants atletes hi participen?

Exercici 35: Cerca de nombres combinatoris

Escriu tots els nombres combinatoris que tenen cadascun d'aquests resultats:

a) 6

b) 2

c) 20

Exercici 36: Equació amb variacions

Calcula el valor n en aquesta igualtat: $P_n^2 \cdot P_{n-2}^3 = 272$.

Exercici 37: Asseure's en cadires

Tenim una renglera de sis cadires.

a) De quantes maneres diferents s'hi podran asseure 6 persones?

b) I 3 persones?

Exercici 38: Passatgers a l'autobús

En un autobús de 22 places, buit, hi pugen 12 persones. De quantes maneres diferents podran seure?

Exercici 39: Peons als escacs

De quantes maneres diferents es poden col·locar tres peons negres en un taulell d'escacs (8x8 caselles) si en cada casella només en pots posar un?

Exercici 40: Paraules amb vocals i consonants

Amb les 5 vocals i 6 consonants, quantes paraules diferents es poden formar que continguin 2 vocals i 3 consonants sense repetir cap lletra?

Exercici 41: Sobres i cartes

Amb 10 sobres i 10 cartes, tots diferents, quantes formes hi ha de repartir una carta en cada sobre?

Exercici 42: Plans a l'espai

Quants plans diferents determinen 10 punts, si no hi ha mai 4 que siguin coplanaris?

Exercici 43: Rutes entre ciutats

Si hi ha 6 carreteres entre dues ciutats, de quantes maneres diferents pot un conductor anar d'una a l'altra i tornar si:

a) ha de tornar per una carretera diferent a la d'anada?

b) ha de tornar per la mateixa carretera?

c) és indiferent per on torni?

Exercici 44: Ordenació amb elements seguits

Sigui el conjunt $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

a) En quantes ordenacions dels elements de A apareixen el 1 i el 2 seguits?

b) En quantes ordenacions apareixen el 1 i el 2 en ordre?

Exercici 45: Interpretació de propietats

Expliqueu amb les vostres pròpies paraules interpretant-les de manera raonada cadascuna de les següents igualtats:

a) $\binom{m}{m} = 1$

b) $\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$

Exercici 46: Tria de novel·les

A classe de català ens proposen 15 novel·les de lectura.

a) *De quantes maneres podem triar-ne 3 per llegir durant tot el curs?*

b) *De quantes maneres podem triar-ne una cada trimestre?*

c) *Decidim comprar les 15 novel·les per anar-les llegint quan tinguem temps. De quantes maneres les podem ordenar a l'estanteria?*

Exercici 47: Desenvolupament d'un binomi

Considereu el següent producte:

$$(a+b)^{20} = \overbrace{(a+b)\cdot(a+b)\cdots(a+b)\cdot(a+b)}^{20 \text{ vegades}}$$

En desfer tots els parèntesis, quants termes hi haurà de la forma $a^8 \cdot b^{12}$*?*

Exercici 48: Persones en un banc

De quantes maneres poden seure 5 persones en un banc de 9 places?

Exercici 49: Sorteig i distribució d'alumnes

En una classe de 24 alumnes es sortegen 4 coses diferents.

a) *De quantes maneres diferents es poden repartir els obsequis si no deixem participar els guanyadors en els successius sorteigs?*

b) *De quantes maneres podem seure els 24 alumnes si a la classe hi ha exactament 24 cadires?*

c) *I si hi ha 30 cadires?*

d) *Imagineu que a la classe hi ha ara 24 cadires distribuïdes en 4 files. Imagineu que hi ha 12 noies i 12 nois. De quantes maneres poden seure de manera que al costat d'un noi no hi hagi un altre noi?*

Exercici 50: Cadenat de bicicleta

El cadenat d'una bicicleta s'obre amb una combinació numèrica de 6 dígits.

a) *Quantes combinacions es poden fer que comencin i acabin amb un nombre parell (no necessàriament el mateix)?*

b) *Quantes combinacions capicua (es llegeixen igual d'esquerra a dreta que de dreta a esquerra) es poden fer?*

Exercici 51: Paraules amb vocals i consonants II

Amb 5 vocals i 6 consonants, quantes paraules podem fer (amb o sense sentit) que tinguin 2 vocals i 3 consonants sense repetir cap lletra?

Exercici 52: Triangles en un dodecàgon

Quants triangles podem traçar amb els vèrtex d'un dodecàgon?

Exercici 53: Rutes entre ciutats II

Si hi ha 6 carreteres entre dues ciutats, de quantes maneres pot un conductor anar i tornar si:

a) *ha de tornar per una carretera diferent de la de l'anada?*

b) *ha de tornar per la mateixa carretera?*

c) *és indiferent per on torni?*

Exercici 54: Examen tipus test

Un examen tipus test consta de 15 preguntes amb dues respostes possibles. De quantes maneres el podem respondre?

Exercici 55: Repartiment de boles

De quantes maneres podem repartir 8 boles diferents en 6 caixes diferents?

7 Solucions

[

2]

Solució Exercici 1.

a) 9 nombres

b) 27 nombres

Solució Exercici 2.

12 resultats

Solució Exercici 3.

24 menús

Solució Exercici 4.

16 resultats

Solució Exercici 5.

64 paraules

Solució Exercici 6.

100 combinacions

Solució Exercici 7.

a) 80 000 000

b) 10 000

c) 10 830 000

d) 570 000

e) 10 000

f) 11 410 000

Solució Exercici 8.

336 podis

Solució Exercici 9.

1 048 283 680 maneres

Solució Exercici 10.

a) 720

b) 5 040

c) 120

d) 40 320

Solució Exercici 11.

3 628 800 maneres

Solució Exercici 12.

48! maneres

Solució Exercici 13.

a) 10

b) 15

c) 126

d) 120

Solució Exercici 14.

142 506 maneres

Solució Exercici 15.

a) 1

b) 66

c) 8

d) 3 003

Solució Exercici 16.

a) 1

b) 4

c) 56

d) 20

Solució Exercici 17.

$\binom{n}{2}$ segments i $\binom{n}{4}$ quadrilàters (on n és el nombre de punts).

Solució Exercici 18.

a) 120 maneres

b) 84 maneres

c) 36 maneres (notem la propietat de Pascal: $120 = 84 + 36$

d) Si els enumorats no poden ser llops, 12 600 maneres. Si un enamorat pot ser llopc, de 30 240 maneres.

Solució Exercici 19.

100 000 codis

Solució Exercici 20.

a) 39 916 800 maneres

b) 7 920 maneres

Solució Exercici 21.

a) 125 banderes

b) 60 banderes

Solució Exercici 22.

a) 128 símbols

b) 256 símbols

c) 1000101

Solució Exercici 23.

15 504 grups

Solució Exercici 24.

64 combinacions

Solució Exercici 25.

210 mostres

Solució Exercici 26.

a) 90

b) 990

c) $\frac{1}{5}$

d) 20

e) 90

f) 360

Solució Exercici 27.

a) 6 720 paraules

b) 32 768 paraules

Solució Exercici 28.

a) 360 nombres

b) 180 nombres

c) 240 nombres

d) 12 nombres

Solució Exercici 29.

a) 21 maneres

b) 21 maneres

c) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Solució Exercici 30.

a) 56 alineacions

b) 56 combinacions. Són complementaris.

c) 35 formacions

d) 21 formacions

e) Sí, per la propietat de Pascal.

Solució Exercici 31.

a) $\binom{n+2}{3}$ gelats

b) $\binom{n+2}{3}$ gelats

c) $\binom{n+2}{3}$ gelats

Solució Exercici 32.

5 040 maneres

Solució Exercici 33.

6 xifres

Solució Exercici 34.

7 atletes

Solució Exercici 35.

a) $\binom{6}{1}, \binom{6}{5}, \binom{4}{2}, \binom{3}{3}$ (entre d'altres)

b) $\binom{2}{1}$

c) $\binom{6}{3}, \binom{20}{19}, \binom{20}{1}$ (entre d'altres)

Solució Exercici 36.

No té solució natural.

Solució Exercici 37.

a) 720 maneres

b) 120 maneres

Solució Exercici 38.

$\frac{22!}{10!}$ maneres

Solució Exercici 39.

41 664 maneres

Solució Exercici 40.

24 000 paraules

Solució Exercici 41.

3 628 800 formes

Solució Exercici 42.

120 plans

Solució Exercici 43.

a) 30 maneres

b) 6 maneres

c) 36 maneres

Solució Exercici 44.

a) 240 ordenacions

b) 120 ordenacions

Solució Exercici 45.

a) Només hi ha 1 manera d'escollir tots els elements d'un grup.

b) Escollir n elements d'un grup de m té les mateixes combinacions que descartar els $m - n$ restants.

Solució Exercici 46.

a) 455 maneres

b) 2 730 maneres

c) 15! maneres

Solució Exercici 47.

125 970 termes

Solució Exercici 48.

15 120 maneres

Solució Exercici 49.

a) 255 024 maneres

b) 24! maneres

c) $\frac{30!}{6!}$ maneres

d) $2 \cdot 12! \cdot 12!$ maneres

Solució Exercici 50.

a) 250 000 combinacions

b) 1 000 combinacions

Solució Exercici 51.

24 000 paraules

Solució Exercici 52.

220 triangles

Solució Exercici 53.

a) 30 maneres

b) 6 maneres

c) 36 maneres

Solució Exercici 54.

32 768 maneres

Solució Exercici 55.

1 679 616 maneres